

Разведочный анализ данных



Цель, задачи

Цель– представить наблюдаемые данные в компактной и простой форме, позволяющей выявить имеющиеся закономерности и связи

Разведочный анализ данных (РАД) включает:

- **преобразование данных и способы наглядного их представления**
- **выявление аномальных значений**
- **грубая оценка типа распределения**
- **сглаживание**

Вопросы анализа данных

- 1. Какой обработке подвергнуть наблюдения?**
- 2. Какую модель выбрать?**
- 3. Какие заключения можно сделать?**

Пример РАД

Разведочный анализ (*Exploratory data analysis*) – средство получения более полной информации об изучаемом явлении

Наблюдения n пар $(x_1, Y_1), \dots, (x_n, Y_n)$ опишем уравнением

$$(1) \quad \mathbf{M}(Y_i) = \beta_0 + \beta_1 x_j, \quad i = 1, \dots, n$$

Минимальный предварительный анализ - график рассеяния точек (x_j, Y_j) .

Предварительная обработка данных. Оценка среднего

Оценка \hat{m} - истинного среднего m независимой случайной величины x по выборке объема n

Доверительный интервал: $\hat{m} \pm t S_{\hat{m}}$

t -распределение Стьюдента: $t = \hat{m} / S_{\hat{m}}$

95%-е доверительные интервалы

Для нормального распределения $t = 1,96,$

Для t -распределения при числе степеней свободы ν ($\nu = n - 1$), равных 1; 3 и 12, величина t , соответственно, равна 12,7; 4,3 и 2,18.

Причины отличия реального распределения от нормального

1. Большинство измерений проводится в конкретных единицах
2. Резкая асимметрия некоторых распределений (например, χ^2 , F) при малых выборках, обрывистые края у равномерного распределения
3. Поведение на «хвостах» распределения, которое существенно отличается от значений основного количества наблюдений

Робастные оценки

Робастные оценки - robust – крепкий, здоровый,

Пример робастной оценки среднего, терпимой к отклонению хвостов распределения от нормального - *медиана* распределения

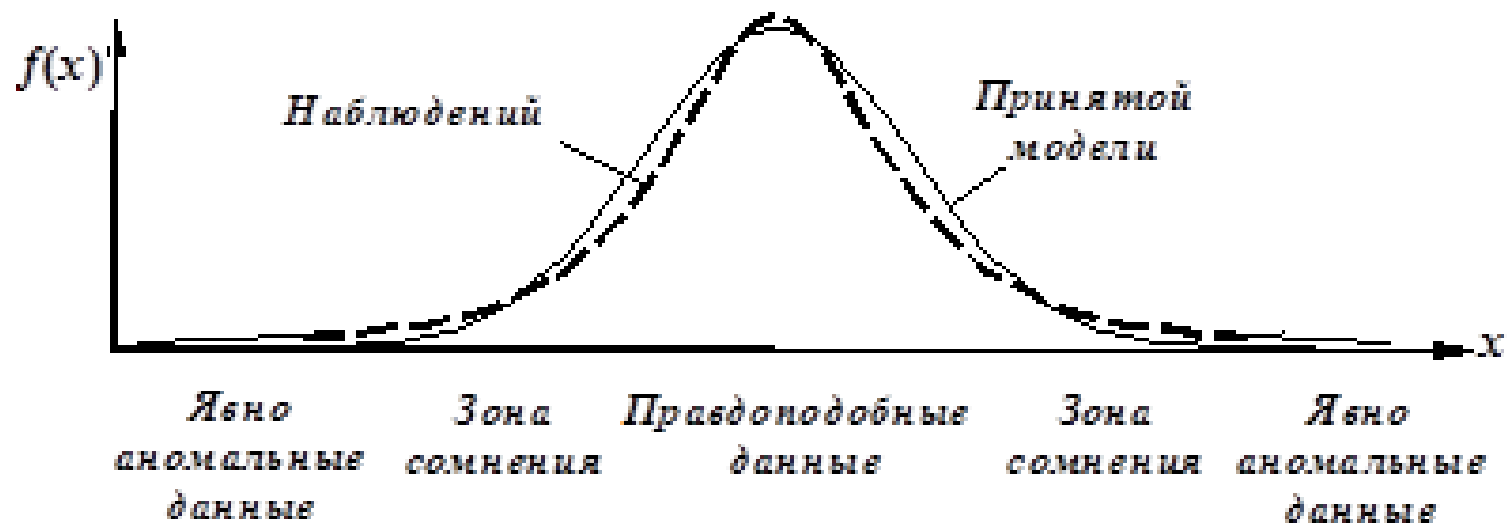
Мера разброса

- среднеквадратическое отклонение σ
- дисперсия σ^2
- размах R

Оценки этих величин обозначают,
соответственно, S, S^2, R

Оценка разброса по S – в линейных
преобразованиях типа $Y = \beta + \alpha X$

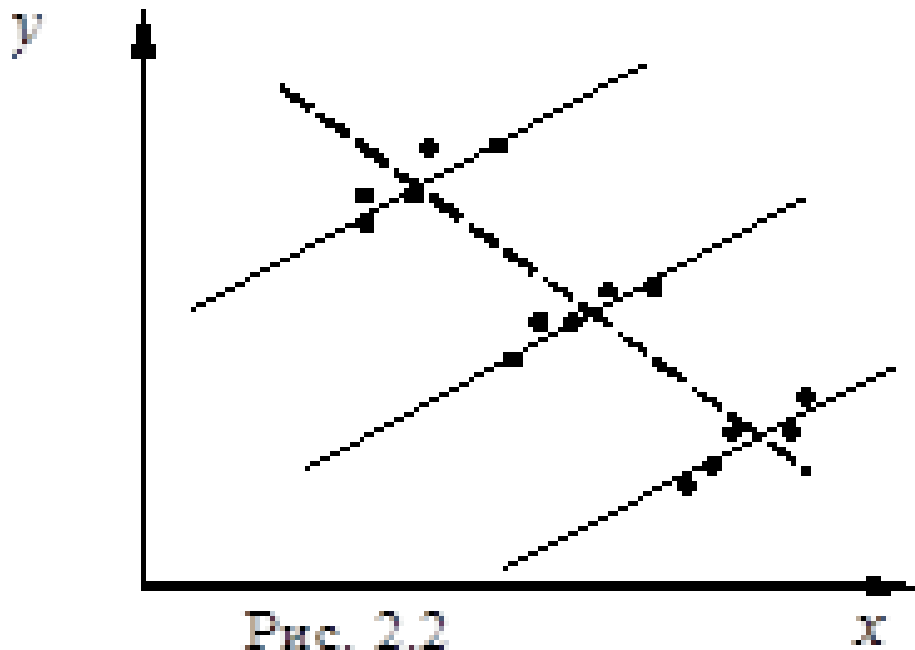
Разбиение данных на три группы



Качество результатов

- ***Простая перепроверка.*** Проверка полученной модели на данных, отличных от тех, по которым определены параметры модели
- ***Двойная перепроверка.*** Проверка на данных отличных, как от тех, по которым строилась модель, так и от тех, которые использованы для вычисления параметров модели

Неоднородные выборки



Разделение неоднородной совокупности на однородные

Пусть выборка изучаемой совокупности x_1, \dots, x_n , содержит элементы двух независимых случайных величин с плотностями распределений $f(x, \theta_1)$ и $f(x, \theta_2)$.

Обозначим через A – множество элементов выборки, принадлежащих к первой случайной величине, B – множество элементов выборки из второй совокупности.

Требуется найти оценки неизвестных параметров θ_1, θ_2 и множества A и B .

Для оценки этих четырех неизвестных используем метод максимума правдоподобия

Обнаружение аномальных наблюдений

Причины:

- грубые ошибки при регистрации измерений,
- случайные импульсные помехи,
- сбои оборудования,
- измерения в ошибочных единицах
- и др.

Обнаружение аномальных наблюдений. Критерий проверки

Пусть наблюдения x_1, \dots, x_n являются реализациями независимых случайных величин, подчиняющихся одинаковому нормальному $N(\mu, \sigma^2)$ распределению

Основная гипотеза H_0 : $Mx_i = \mu$, $Dx_i = \sigma^2$, $i = 1, \dots, n$.

Альтернативная гипотеза H_1 : одна или несколько величин имеют среднее $\mu + d$

Обнаружение аномальных наблюдений. Критерий проверки

При построении критерия возможны варианты, зависящие от степени информации о μ и σ .

Рассмотрим случай, когда значения μ и σ неизвестны. Критериальная статистика:

$$D_n = (x_{(n)} - \bar{x}) / S \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Распределение величины D_n получены К. Пирсоном и Н.В. Смирновым. Критические значения $D_{n, \alpha}$ вычислены Н.В. Смирновым и Ф. Граббсом

$H_0 - D_n < D_{n, \alpha}$ - наблюдение не является аномальным

$H_1 - D_n > D_{n, \alpha}$ - наблюдение является аномальным

Общие выводы об удалении аномальных наблюдений

1. Для данных с неправдоподобными наблюдениями использовать *робастные процедуры* оценивания
2. Существенно выделяющиеся данные обнаруживать, преобразовывать и удалять, при этом интерпретировать, привлекая знания, не относящиеся к статистической природе
3. Процедуры удаления существенно выделяющихся и подозрительно больших наблюдений с последующим оцениванием близких к робастным оценкам

Списки использованной литературы и источников:

- А.А.Большаков, Р.Н.Каримов «Методы обработки многомерных данных и временных рядов» Москва 2007 г.
- Электронный учебник StatSoft по анализу данных.