

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Пекаревский Борис Владимирович
Должность: Проректор по учебной и методической работе
Дата подписания: 13.03.2023 12:44:12
Уникальный программный ключ:
3b89716a1076b80b2c167df0f27c09d01782ba84



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Санкт-Петербургский государственный технологический институт
(технический университет)»
(СПбГТИ(ТУ))

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной и методической работе
_____ Б. В. Пекаревский

« ___ » _____ 2022 г.

Рабочая программа дисциплины

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Направление подготовки

15.03.03 Прикладная механика

Направленность программы

Динамика и прочность машин и аппаратуры

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

очная

Факультет **механический**

Кафедра **механики**

Санкт-Петербург

2022

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ

Должность разработчика	Подпись	Ученое звание, фамилия, инициалы
доцент		доцент А.А Кузьмин

Рабочая программа дисциплины «Основы теории упругости» обсуждена на заседании кафедры механики
протокол от «__» _____ 2022 № __

Заведующий кафедрой

Н.А.Марцулевич

Одобрено учебно-методической комиссией механического факультета
протокол от «__» _____ 2022 № __

Председатель

А.Н.Луцко

СОГЛАСОВАНО

Руководитель направления подготовки «Прикладная механика»		профессор Н.А.Марцулевич
Директор библиотеки		Т.Н.Старостенко
Начальник методического отдела учебно-методического управления		Т.И.Богданова
Начальник УМУ		С.Н.Денисенко

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	04
2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы	04
3. Объем дисциплины	05
4. Содержание дисциплины	
4.1. Разделы дисциплины и виды занятий	05
4.2. Занятия лекционного типа	06
4.3. Занятия семинарского типа	06
4.3.1. Семинары, практические занятия	06
4.3.2. Лабораторные занятия	07
4.4. Самостоятельная работа	07
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	07
6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации	07
7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	08
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины	08
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	09
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине	
10.1. Информационные технологии	09
10.2. Программное обеспечение	09
10.3. Базы данных и информационные справочные системы	09
11. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине	09
12. Особенности освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья	09
Приложения: 1. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.	
2. Пример расчета и варианты индивидуальных заданий.	

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

В результате освоения образовательной программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Коды и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции.	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ПК-1 Способен к систематическому изучению научно-технической и патентной информации, отечественного и зарубежного опыта по профилю подготовки.	ПК-1.3 Методы теории упругости применительно к анализу прочности элементов оборудования	Знать: основные уравнения, условия, принципы, понятия и теоремы теории упругости Уметь: выполнять расчеты напряженно-деформированного состояния тел простейшей геометрической формы (брус, пластина и т.д.) Владеть: методами расчета напряженно-деформированного состояния элементов составляющих сооружение или конструкцию
ПК-2 Способен проектировать элементы конструкций с целью обеспечения их прочности, устойчивости, долговечности и безопасности, обеспечения надежности.	ПК-2.2 Проектирование элементов конструкций по результатам анализа их прочности методами теории упругости	Знать: особенности решения задач в прямоугольных и полярных координатах Уметь: выполнять прочностные расчеты при различных видах нагружения; Владеть: численными и аналитическими методами решения основных инженерных задач
ПК-5 Способен планировать отдельные этапы научно-исследовательских работ, участвовать в проведении экспериментов на действующих машинах и экспериментальных макетах, а также в обработке результатов экспериментальных исследований.	ПК-5.2 Анализ поведения элементов конструкций при их комплексном нагружении с привлечением методов теории упругости	Знать: Набор типовых конструкций и особенности их эксплуатации Уметь: Проектировать макеты и составлять программы макетных испытаний. Владеть: методами прогноза работоспособности конструкции на основе макетных испытаний

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы¹.

¹ Место дисциплины будет учитываться при заполнении таблицы 1 в Приложении 1 (Фонд оценочных средств)

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Б1.В.05 блока 1 «Дисциплины образовательной программы бакалавриата» и изучается на 3 и 4 курсе в 6 и 7 семестрах.

В методическом плане дисциплина опирается на элементы компетенций, сформированные при изучении дисциплин «Сопротивление материалов», «Теоретическая механика», «История механики».

Полученные в процессе изучения дисциплины «Основы теории упругости» знания, умения и навыки могут быть использованы при выполнении выпускной квалификационной работы.

3. Объем дисциплины.

Вид учебной работы	Всего, академических часов
	заочная форма обучения
Общая трудоемкость дисциплины (зачетных единиц/ академических часов)	6/ 216
Контактная работа с преподавателем:	108
занятия лекционного типа	54
занятия семинарского типа, в т.ч.	50
семинары, практические занятия (в т.ч. практ. подг.)	36 (4)
лабораторные работы (в т.ч. практ. подг.)	18 (2)
курсовое проектирование (КР или КП)	-
КСР	-
другие виды контактной работы	-
Самостоятельная работа	81
Форма текущего контроля (Кр, реферат, РГР, эссе)	3 Кр
Форма промежуточной аттестации (КР, КП, зачет, экзамен)	Зачет, экзамен (27)

4. Содержание дисциплины.

4.1. Разделы дисциплины и виды занятий.

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Занятия лекционного типа, акад. часы	Занятия семинарского типа, академ. часы		Самостоятельная работа, акад. часы	Формируемые компетенции
			Семинары и/или практические занятия	Лабораторные работы		
1.	Плоское напряженное состояние и	3	6	6	10	ПК-2

	плоская деформация					
2.	Двумерные задачи в полярных координатах	9	6	-	10	ПК-2
3.	Анализ напряжений и деформаций в пространственном случае	18	6	6	16	ПК-1
4.	Общие теоремы	6	6	4	14	ПК-1
5.	Изгиб пластин	6	6	2	15	ПК-5
6.	Метод конечных элементов	12	6	-	16	ПК-2

4.2. Занятия лекционного типа.

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
1	<u>Плоское напряженное состояние и плоская деформация</u> Цель и задачи курса. Основные гипотезы и допущения линейной теории упругости. Напряжения и деформации. Обобщенный закон Гука. Дифференциальные уравнения равновесия и граничные условия. Уравнения совместности деформаций. Плоское напряженное состояние и плоская деформация. Построение кругов Мора. Функция напряжений. Решение в полиномах. Концевые эффекты, принцип Сен-Венана. Метод наложения. Изгиб консоли, нагруженной сосредоточенной силой Изгиб балки равномерной нагрузкой.	10	
2	<u>Двумерные задачи в полярных координатах.</u> Двумерные задачи теории упругости в полярных координатах. Общие уравнения в полярных координатах. Осесимметричное распределение напряжений. Чистый изгиб кривых брусьев. Напряжения во вращающемся диске. Распределение напряжений вблизи отверстий.	10	
3	<u>Анализ напряжений и деформаций в пространственном случае.</u> Главные напряжения. Инварианты напряжений. Однородная деформация. Главные оси деформаций.	6	
4	<u>Общие теоремы теории упругости.</u> Дифференциальные уравнения равновесия. Условия совместности. Принцип суперпозиции. Энергия деформации. Теорема Кастильяно. Принцип минимальной работы.	8	

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
5	<u>Изгиб пластин</u> . Общие уравнения. Изгиб круглой пластины. Чистый изгиб пластин. Мембранная аналогия. Сила, действующая в точке бесконечной пластины. Влияние круглого отверстия на распределение напряжений в пластине.	10	
6	<u>Метод конечных элементов</u> . Вывод конечно-разностных уравнений. Методы последовательных приближений. Метод релаксации. Кручение круглых валов переменного диаметра.	10	

4.3. Занятия семинарского типа.

4.3.1. Семинары, практические занятия.

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы		Инновационная форма
		всего	в том числе на практическую подготовку	
4	Общие теоремы. Решение задачи об узловых перемещениях треугольной фермы энергетическими методами	6		-
2	Двумерные задачи в полярных координатах. Двумерные задачи теории упругости в полярных координатах. Общие уравнения в полярных координатах. Осесимметричное распределение напряжений. Чистый изгиб кривых брусьев. Напряжения во вращающемся	12		
6	Метод конечных элементов. Вывод конечно-разностных уравнений. Методы последовательных приближений. Метод релаксации. Кручение круглых валов переменного диаметра.	18	4	

4.3.2. Лабораторные занятия.

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы		Примечание
		всего	в том числе на практическую подготовку	
6	<u>Метод конечных элементов.</u> Экспериментальное определение перемещений в стержнях переменного	18	2	

4.4. Самостоятельная работа обучающихся.

№ раздела дисциплины	Перечень вопросов для самостоятельного изучения	Объем, акад. часы	Форма контроля
1	Расчет напряженно-деформированного состояния консольной балки методами сопротивления материалов	14	Устный опрос №1
2	Расчет напряженно-деформированного состояния толстостенного цилиндра.	14	Устный опрос №2
1,2	Определение напряжений и перемещений в балке и цилиндре с использованием компьютерной техники.	14	Устный опрос №3
3	Анализ напряженно-деформированного состояния консольной балки и толстостенного цилиндра с использованием кругов Мора.	14	Устный опрос №4
6	Выполнение расчетно-графической работы методом конечных элементов.	14	Защита РГР
6	Расчет стержня переменного сечения аналитическим методом.	11	Защита РГР

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.

Методические указания для обучающихся по организации самостоятельной работы по дисциплине, включая перечень тем самостоятельной работы, формы текущего контроля по дисциплине и требования к их выполнению размещены в электронной информационно-образовательной среде СПбГТИ(ТУ) на сайте Медиа: <http://media.technolog.edu.ru>

6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Своевременное выполнение обучающимся мероприятий текущего контроля позволяет превысить (достигнуть) пороговый уровень («удовлетворительно») освоения предусмотренных элементов компетенций.

Результаты дисциплины считаются достигнутыми, если для всех элементов компетенций превышен (достигнут) пороговый уровень освоения компетенции на данном этапе.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме экзамена и зачета по всему курсу.

К сдаче экзамена допускаются студенты, выполнившие все формы текущего контроля.

Экзамен предусматривает умение студентов решать задачи в объеме пройденного материала, выборочную проверку освоения предусмотренных элементов компетенций и комплектуется вопросами (заданиями) двух видов: теоретический вопрос (для проверки знаний) и комплексная задача (для проверки умений и навыков).

При сдаче экзамена студент получает три вопроса из перечня вопросов, время подготовки студента к устному ответу - до 45 мин.

Вариант № 1

1. Напряжения, деформации и перемещения в упругом теле.
2. Давление между двумя соприкасающимися сферическими телами.
3. Задача.

7. Перечень литературы для освоения дисциплины

а) печатные издания:

1. Кузьмин А.А. Решение задач по сопротивлению материалов энергетическими методами: методические указания / А.А. Кузьмин – СПб.: СПб ГТИ(ТУ). 2010.- 16с.

2. Кузьмин А.А. Пособие по решению задач по сопротивлению материалов на вневузовских олимпиадах: учебное пособие / А.А. Кузьмин.- СПбГТИ(ТУ), 2015, 94 с.

3. Кузьмин, А.А. Расчет стержня переменного сечения: учебное пособие / А.А. Кузьмин, Э.А. Павлова—.: Изд-во СПб ГТИ(ТУ), 2016,--26с.

4. Кузьмин, А.А. Основы теории упругости: учебное пособие / А.А. Кузьмин, Э.А. Павлова—.: Изд-во СПб ГТИ(ТУ), 2018,--61с.

5. Кузьмин, А.А. Расчет стержня переменного сечения с помощью функции напряжений: учебное пособие / А.А. Кузьмин, --.: Изд-во СПб ГТИ(ТУ), 2019,--29с.

б) электронные учебные пособия:

1. Кузьмин А.А. Пособие по решению задач по сопротивлению материалов на вневузовских олимпиадах: учебное пособие / А.А. Кузьмин.- СПбГТИ(ТУ), 2015, 94 с. // СПб ГТИ(ТУ). Электронная библиотека. – [URL:https://technolog.ru](https://technolog.ru) (дата обращения 10.11.21). – Режим доступа: для зарегистрированных пользователей.

2. Кузьмин, А.А. Расчет стержня переменного сечения: учебное пособие / А.А. Кузьмин, Э.А. Павлова—.: Изд-во СПб ГТИ(ТУ), 2016,--26с. СПб ГТИ(ТУ). Электронная библиотека. – [URL:https://technolog.ru](https://technolog.ru) (дата обращения 10.11.21). – Режим доступа: для зарегистрированных пользователей.

3. Кузьмин, А.А. Основы теории упругости: учебное пособие / А.А. Кузьмин, Э.А. Павлова—.: Изд-во СПб ГТИ(ТУ), 2018,--61с. // СПб ГТИ(ТУ). Электронная библиотека. – [URL:https://technolog.ru](https://technolog.ru) (дата обращения 10.11.21). – Режим доступа: для зарегистрированных пользователей

4. Кузьмин, А.А. Расчет стержня переменного сечения с помощью функции напряжений. [Текст]: учебное пособие / А.А. Кузьмин; СПб ГТИ(ТУ). Каф. Механики – СПб.: [б.и.], 2019,--29с. // СПб ГТИ(ТУ). Электронная библиотека. – [URL:https://technolog.ru](https://technolog.ru) (дата обращения 10.11.21). – Режим доступа: для зарегистрированных пользователей.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

учебный план, РПД и учебно-методические материалы:
<http://media.technolog.edu.ru>

электронно-библиотечные системы:

«Электронный читальный зал – БиблиоТех» <https://technolog.bibliotech.ru/>;

«Лань» <https://e.lanbook.com/books/>.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Все виды занятий по дисциплине «Теория упругости» проводятся в соответствии с требованиями следующих СТП:

СТО СПбГТИ 020-2011. КС УКДВ. Виды учебных занятий. Лабораторные занятия. Общие требования к организации и проведению.

СТП СПбГТИ 040-02. КС УКДВ. Виды учебных занятий. Лекция. Общие требования;

СТО СПбГТИ 018-2014. КС УКДВ. Виды учебных занятий. Семинары и практические занятия. Общие требования к организации и проведению.

СТП СПбГТИ 048-2009. КС УКВД. Виды учебных занятий. Самостоятельная планируемая работа студентов. Общие требования к организации и проведению.

СТП СПбГТИ 016-2014. КС УКВД. Порядок проведения зачетов и экзаменов.

Планирование времени, необходимого на изучение данной дисциплины, лучше всего осуществлять на весь семестр, предусматривая при этом регулярное повторение пройденного материала.

Основными условиями правильной организации учебного процесса для студентов является:

плановость в организации учебной работы;

серьезное отношение к изучению материала;

постоянный самоконтроль.

На занятия студент должен приходить, имея багаж знаний и вопросов по уже изученному материалу.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

10.1. Информационные технологии.

В учебном процессе по данной дисциплине предусмотрено использование информационных технологий:

чтение лекций с использованием слайд-презентаций;

взаимодействие с обучающимися посредством ЭИОС.

10.2. Программное обеспечение.

Microsoft Office (Microsoft Excel);

10.3. Базы данных и информационно-справочные системы.

Справочно-поисковая система «Консультант-Плюс»

11. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Для ведения лекционных и практических занятий используется аудитория, оборудованная средствами оргтехники, на 15 посадочных мест.

Для проведения лабораторных занятий используется лаборатория, оснащенная специальным оборудованием.

12. Особенности освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями учебные процессы осуществляются в соответствии с Положением об организации учебного процесса для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья СПбГИ (ТУ), утвержденным ректором 28.08.2014г.

Приложение № 1
к рабочей программе
дисциплины

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации по дисциплине «Основы теории упругости»

1. Перечень компетенций и этапов их формирования.

Индекс компетенции	Содержание	Этап формирования
ПК-1	Способен к систематическому изучению научно-технической и патентной информации, отечественного и зарубежного опыта по профилю подготовки	промежуточный
ПК-2	Способен проектировать элементы конструкций с целью обеспечения их прочности, устойчивости, долговечности и безопасности, обеспечения надежности	промежуточный
ПК-5	Способен планировать отдельные этапы научно-исследовательских работ, участвовать в проведении экспериментов на действующих машинах и экспериментальных макетах, а также в обработке результатов экспериментальных исследований.	промежуточный

2. Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, шкала оценивания.

Код и наименование индикатора	Показатели сформированности (дескрипторы)	Критерий оценивания	Уровни сформированности (описание выраженности дескрипторов)		
			«удовлетворительно» (пороговый)	«хорошо» (средний)	«отлично» (высокий)
ПК-1.3 Методы теории упругости применительно к анализу прочности элементов оборудования	Перечисляет Особенности, достоинства и недостатки основных численных и аналитических методов	Правильные ответы на вопросы №1-12 к экзамену	Перечисляет особенности результатов расчета численными и аналитическими методами, но затрудняется оценить их адекватность в конкретных условиях.	Перечисляет особенности результатов расчета численными и аналитическими методами, правильно оценивает адекватность результатов их применения с помощью наводящих вопросов	Перечисляет особенности результатов расчета численными и аналитическими методами, правильно оценивает адекватность результатов их применения, предлагает новые решения
	Анализирует Принципиальные подходы по выбору методик расчета прочности проектируемых элементов.	Правильные ответы на вопросы №13-24 к экзамену	С небольшими подсказками преподавателя объясняет порядок оценки правильности подходов к выбору методик расчета проектируемых	Уверенно объясняет порядок оценки правильности подходов к выбору методик расчета проектируемых элементов.	Уверенно объясняет порядок оценки правильности подходов к выбору методик расчета проектируемых элементов. Приводит примеры проведения

			элементов.		расчетов различными методами.
	Выполняет алгоритм проектирования сложных конструктивных систем, рационального проектирования, расчета элементов оборудования на прочность, жесткость, устойчивость (Н-1)		Демонстрирует навыки расчета элементов оборудования на прочность, жесткость и устойчивость, но допускает незначительные ошибки	Демонстрирует навыки расчета элементов оборудования на прочность, жесткость и устойчивость без ошибок, приводит примеры расчета	Демонстрирует навыки расчета элементов оборудования на прочность, жесткость и устойчивость без ошибок. Демонстрирует знания рационального проектирования
ПК-2.2 Выполнение расчетов элементов конструкции, по результатам анализа прочности методами теории упругости.	Называет методы основных способов прочностного расчета элементов оборудования, на основе теории упругости	Правильные ответы на вопросы №13-24 к экзамену	С небольшими неточностями называет основные методы прочностного расчета элементов оборудования, перечисляет их достоинства и недостатки	Без ошибок перечисляет называет основные методы прочностного расчета элементов оборудования, перечисляет их достоинства и недостатки	Уверенно и без ошибок перечисляет называет основные методы прочностного расчета элементов оборудования, перечисляет их достоинства и недостатки. Отвечает на дополнительные вопросы
	Письменно излагает технические расчеты по современным методикам (определяет характер напряженно-деформированного состояния)	Правильные ответы на вопросы №25-35 к экзамену	Определяет характер напряженно-деформированного состояния конструкции и	Определяет характер напряженно-деформированного состояния конструкции и выбирает	Определяет характер напряженно-деформированного состояния конструкции и выбирает

ПК-5.2 Анализ поведения элементов конструкций при их комплексном нагружении с привлечением методов теории упругости	конструкции и выбирает соответствующий вид предельного состояния); подбирает сечения отдельных элементов конструкции	Правильные ответы на вопросы 25-35 к экзамену.	выбирает соответствующие параметры сечения.	соответствующие параметры сечения, проводит проверку несущей способности и конструктивного элемента.	соответствующие параметры сечения, проводит проверку несущей способности конструктивного элемента. отвечает на дополнительные вопросы
	Составляет программы макетных испытаний, обрабатывает результаты экспериментов и сопоставляет результаты испытаний с результатами расчетов методами теории упругости.		Выбирает модели для проведения опытов и соответствующие им расчетные схемы.	Обрабатывает результаты экспериментов и определяет погрешность расчетов при использовании выбранной модели.	Обрабатывает результаты экспериментов и определяет погрешность расчетов при использовании выбранной модели.

Шкала оценивания соответствует СТО СПбГТИ(ТУ):

Если по дисциплине промежуточная аттестация проводится в форме экзамена и (или) курсового проекта (работы), то шкала оценивания – балльная. Зачет проставляется при условии сдачи двух контрольных работ и собеседования по выполненным работам.

3. Типовые контрольные задания для проведения промежуточной аттестации.

а) Вопросы для оценки знаний, умений и навыков, сформированных у студента по компетенции ПК-1, ПК-2 ПК-5:

1. Основные цели и задачи курса «Основы теории упругости». Отличие и связь со строительной механикой и сопротивлением материалов.
2. Гипотезы и допущения линейной теории упругости.
3. Напряжения, деформации и перемещения в упругом теле.
4. Обобщенный закон Гука.
5. Уравнения равновесия и граничные условия.
6. Условия совместности деформаций.
7. Плоское напряженное состояние и плоская деформация.
8. Функция напряжений.
9. Решение в полиномах.
10. Принцип Сен-Венана, концевые эффекты, метод наложения.
11. Изгиб консоли сосредоточенной силой.
12. Изгиб балки распределенной нагрузкой.
13. Двумерные задачи в полярных координатах. Общие уравнения.
14. Чистый изгиб кривых брусьев..
15. Напряжения во вращающихся дисках.
16. Распределение напряжений.
17. Анализ напряженно-деформированного состояния в пространственных задачах.
18. Энергия упругих деформаций. Принцип виртуальной работы.
19. Энергия упругих деформаций. Теорема Кастильяно.
20. Напряжения и деформации в телах вращения. Решение в полиномах.
21. Давление между двумя соприкасающимися сферическими телами.
22. Основы технической теории изгиба пластин.
23. Изгиб прямоугольных пластин.
24. Изгиб кольцевых пластин.
25. Связь заделки и граничных условий.
26. Понятие о методе конечных элементов.
27. Формирование матрицы жесткости.
28. Особенности применения метода конечных элементов при решении задач упругости и дисперсии.
29. Решение задачи об изгибе консольной балки прямоугольного сечения равномерно-распределенной нагрузкой.
30. Расчет плотины треугольного поперечного сечения под действием гидростатического давления.
31. Расчет плотины треугольного поперечного сечения под действием гидростатического давления и собственного веса.
32. Расчет толстостенного цилиндра под действием внутреннего давления.
33. Определение узловых перемещений треугольной фермы энергетическими методами.
34. Расчет прямоугольной шарнирно-опертой пластины под действием равномерно-распределенной нагрузки.
35. Расчет стержня переменного сечения методом конечных элементов.

4. Методические материалы для определения процедур оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в соответствии с требованиями СПб

СТО СПбГТИ(ТУ) 016-2014. КС УКВД. Порядок проведения зачетов и экзаменов.

Приложение 2

к рабочей программе дисциплины

Пример расчета

Рассмотрим конкретный пример. Стержень, представленный на рисунке имеет размеры $2\ell = 1000$ мм, $A = 100$ мм². На стержень действует сила $F = 10$ кН и он изготовлен из стали Ст.3 ($E = 2 \cdot 10^5$ МПа; $[\sigma] = 160$ МПа). Требуется методом конечных элементов проверить выполнение условия прочности, жесткости, построить эпюру перемещений и сравнить полученное решение с аналитическим.

Разобьем стержень (рис.) на два конечных элемента длиной $\ell = 500$ мм и площадью поперечного сечения $2,5A = 250$ мм² и $1,5A = 150$ мм² соответственно.

По аналогии с [1] определяющее уравнение имеет вид

$$\begin{pmatrix} \frac{2,5AE}{\ell} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(2,5+1,5)AE}{\ell} & -\frac{1,5AE}{\ell} \\ 0 & -\frac{1,5AE}{\ell} & \frac{1,5AE}{\ell} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ F \end{pmatrix} \quad (1)$$

Для удобства вычислений (1) можно преобразовать к виду:

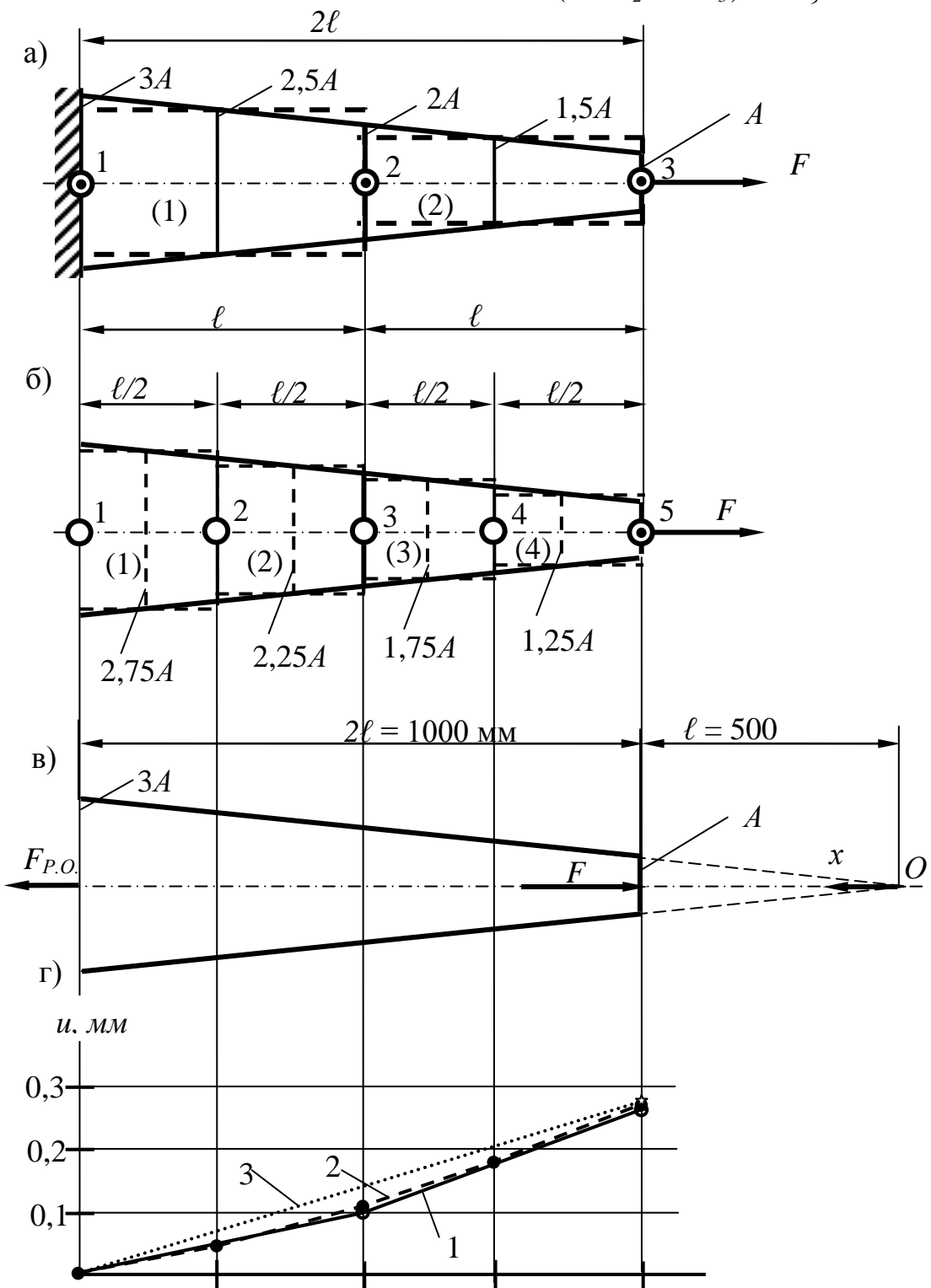
$$\frac{AE}{\ell} \begin{pmatrix} 2,5 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -1,5 \\ 0 & -1,5 & 1,5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ F \end{pmatrix} \quad (2)$$

После подстановки численных значений (2) имеет вид:

$$4 \cdot 10^4 \begin{pmatrix} 2,5 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -1,5 \\ 0 & -1,5 & 1,5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 10^4 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Поскольку $u_1 = 0$, определяющая система уравнений имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} 4u_2 - 1,5u_3 &= 0 \\ 4 \cdot 10^4(-1,5u_2 + 1,5u_3) &= 10^4 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$



1 – 2 конечных элемента; 2 – 4 конечных элемента; 3 – теоретическое.
 а – двухэлементная модель; б – четырехэлементная модель; в – графическое описание зависимости площади поперечного сечения A от координаты x ;
 г – эпюры перемещений

Рисунок 5 – Расчетная схема стержня переменного сечения

Решая (4) получим $u_2 = 0,1$ мм, $u_3 = 0,267$ мм.

Выше и в дальнейшем для удобства вычислений силы выражаем в ньютонах, а длины в миллиметрах.

Рассмотрим тот же стержень, разделенный на четыре конечных элемента (рисунок) длиной 250 мм и площадью поперечного сечения 275 мм^2 , 225 мм^2 , 175 мм^2 и 125 мм^2 соответственно. Определяющее уравнение в этом случае примет вид:

$$\frac{AE}{\ell} \begin{pmatrix} 2,75 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (2,75 + 2,25) & -2,25 & 0 & 0 \\ 0 & -2,25 & (2,25 + 1,75) & -1,75 & 0 \\ 0 & 0 & -1,75 & (1,75 + 1,25) & -1,25 \\ 0 & 0 & 0 & -1,25 & 1,25 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ F \end{pmatrix} \quad (5)$$

Подставляя численные значения A , E , ℓ и F в формулу (5) получаем:

$$8 \cdot 10^4 \begin{pmatrix} 2,75 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5,0 & -2,25 & 0 & 0 \\ 0 & -2,25 & 4,0 & -1,75 & 0 \\ 0 & 0 & -1,75 & 3,0 & -1,25 \\ 0 & 0 & 0 & -1,25 & 1,25 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 10^4 \end{pmatrix} \quad (6)$$

Решение системы уравнений (6) дает следующие результаты: $u_1 = 0$; $u_2 = 0,0456$ мм; $u_3 = 0,1012$ мм; $u_4 = 0,1726$ мм; $u_5 = 0,2726$ мм.

Деформации внутри самих конечных элементов составят:

$$\begin{aligned} \varepsilon^{(1)} &= 0,1824 \cdot 10^{-3}; \\ \varepsilon^{(2)} &= 0,2224 \cdot 10^{-3}; \\ \varepsilon^{(3)} &= 0,2856 \cdot 10^{-3}; \\ \varepsilon^{(4)} &= 0,4000 \cdot 10^{-3}, \end{aligned}$$

а напряжения

$$\begin{aligned} \sigma^{(1)} &= 36,48 \text{ МПа}; \\ \sigma^{(2)} &= 44,48 \text{ МПа}; \\ \sigma^{(3)} &= 57,12 \text{ МПа}; \\ \sigma^{(4)} &= 80,00 \text{ МПа}. \end{aligned}$$

Указанные значения напряжений определялись из закона Гука при растяжении-сжатии, а представленные ниже значения напряжений в промежуточных узлах рассматривались как среднее между напряжениями в смежных конечных элементах:

$$\sigma_2 = 40,48 \text{ МПа}; \quad \sigma_3 = 50,80 \text{ МПа}; \quad \sigma_4 = 68,56 \text{ МПа}.$$

Незначительные расхождения с теоретическими значениями ($\sigma_2^T = 40 \text{ МПа}$; $\sigma_3^T = 50 \text{ МПа}$; $\sigma_4^T = 66,67 \text{ МПа}$) позволяют в данном случае не прибегать к теории сопряженной аппроксимации. Используемые выше надстрочные индексы в круглых скобках относят ту или иную величину к элементу, номер которого указан, а подстрочные индексы к узлу.

Анализ результатов расчета

Анализируя результаты расчета по двух- и четырехэлементной моделям видно, что с увеличением числа конечных элементов происходит небольшое увеличение абсолютного удлинения и при дальнейшем разбиении стержня на более короткие конечные элементы решение будет сходиться к теоретическому, которое приводится ниже.

В общем случае удлинение стержня, нагруженного, продольными силами, определяется по формуле:

$$\Delta l = \int_0^l \frac{N dx}{EA} \quad (7)$$

Поскольку стержень изготовлен из одного материала и на него действует одна постоянная сила, формула(7) преобразуется к виду:

$$\Delta l = \frac{N}{E} \int_0^l \frac{dx}{A(x)} \quad (8)$$

Для удобства аналитического описания зависимости площади поперечного сечения A от координаты x , представляем стержень (рисунок 5.а) в виде (рисунок), приняв за начало координат точку O . Очевидно, что площадь произвольного поперечного сечения стержня определяется как:

$$A(x) = 0,2x, \quad (9)$$

тогда полное удлинение стержня

$$\Delta l = \frac{N}{0,2E} \int_l^{3l} \frac{dx}{x} = \frac{N}{0,2E} (\ln 3l - \ln l) \quad (10)$$

что в численном выражении составляет:

$$\Delta l = \frac{10^4}{0,2 \cdot 2 \cdot 10^5} (\ln 1500 - \ln 500) = 2,5 \cdot 10^{-1} (7,31 - 6,21) = 0,275 \text{ мм}$$

Составляя результаты расчета методом конечных элементов с аналитическими видно, что с увеличением числа конечных элементов численное решение стремится к аналитическому, однако для полноты анализа необходимо экспериментальное подтверждение.

Очень часто макетные испытания крупных объектов проводят на десятикратно уменьшенных моделях. И в данном случае целесообразно провести испытание на растяжение конического стержня длиной 10 мм и сравнивать результаты эксперимента с результатом расчета по формуле (10). Повторно проводить расчеты методом конечных элементов необязательно, поскольку решение как уже было показано выше будет сходиться к теоретическому. При этом чем больше будет конечных элементов, а, следовательно, и число уравнений системы, тем решение будет точнее. Именно этим и объясняется широкое распространение МКЭ после активного развития вычислительной техники, позволяющей оперативно решать большие системы уравнений. До настоящего времени для решения систем линейных уравнений широко использовались метод исключения Гаусса и метод прогонки.

На основании выполненных расчетов и проведенного эксперимента можно заключить, что МКЭ дает результаты близкие к теоретическим решениям и имеет экспериментальное подтверждение, чем и объясняется его широкое применение. В настоящей работе рассматривается простейший случай решения одномерной задачи – растяжение-сжатие. Однако методом конечных элементов удобно решать задачи изгиба стержневых конструкций, а самое главное плоские, осесимметричные и объемные задачи. Помимо задач теории упругости методом конечных элементов можно решать тепловые задачи, задачи диффузии, фильтрации, гидродинамики, в том числе и нестационарные. Для решения последних может использоваться как чистый МКЭ, так и его сочетание с методом конечных разностей.

Порядок оформления работы

Две контрольные сводятся в единую работу, первая часть которой посвящена расчету стержня переменного сечения численным методом, а вторая аналитическим. Работа оформляется по аналогии с расчетно-графическими работами по сопротивлению материалов. Пояснительная записка содержит задание, введение, необходимые расчеты с пояснениями, расчетные схемы и графики (рисунок) с таблицами. В таблицах приводятся результаты расчета перемещений, напряжений и деформаций МКЭ, аналитически и экспериментально. Приводится оценка погрешности. Завершается пояснительная записка выводами и (или) основными результатами. На формате А 2 приводится основной графический материал (рисунок) и наиболее важные таблицы.

В качестве рассчитываемой модели для любого индивидуального задания предлагается использовать расчетную схему стержня переменного сечения как на рис. Значения величин A и l , соответствующие каждому варианту задания, приведены в таблице приложения. Значения допускаемого напряжения и модуля упругости всех трех предлагаемых материалов (стали, меди и алюминия), а также наименование конкретной марки материала студенты выбирают по своему усмотрению на основе справочной литературы. В случае невыполнения условия прочности следует произвести корректировку величины A .

Варианты индивидуальных заданий

l , мм	сталь			алюминий			медь		
	2А	3А	4А	2А	3А	4А	2А	3А	4А
400	1	2	3	4	5	6	7	8	9

420	10	11	12	13	14	15	16	17	18
440	19	20	21	22	23	24	25	26	27
460	28	29	30	31	32	33	34	35	36
480	37	38	39	40	41	42	43	44	45
500	46	47	48	49	50	51	52	53	54
520	55	56	57	58	59	60	61	62	63
540	64	65	66	67	68	69	70	71	72
560	73	74	75	76	77	78	79	80	81
580	82	83	84	85	86	87	88	89	90
600	91	92	93	94	95	96	97	98	99
620	100	101	102	103	104	105	106	107	108
640	106	110	111	112	113	114	115	116	117
660	118	119	120	121	122	123	124	125	126
680	127	128	129	130	131	132	133	134	135
700	136	137	138	139	140	141	142	143	144
720	145	146	147	148	149	150	151	152	153
740	154	155	156	157	158	159	160	161	162